Mr:Troudi KameL	***Devoir de contrôle n°1***	*Section : 1S*
Lycée pilote Kairouan	*Mathématiques*	*Année: 2008/2009*

Exercice 1

I Soient a, b et c trois réels deux à deux distincts.

Montrer que : $\dfrac{a}{(a-b)(a-c)} + \dfrac{b}{(b-c)(b-a)} + \dfrac{c}{(c-a)(c-b)} = 0$.

II

Soit a et b deux réels non nuls. Etablir les égalités : $\dfrac{1}{ab} - \dfrac{2}{a^2+b^2} = \dfrac{(a-b)^2}{ab(a^2+b^2)}$ et $\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a} - 2 = \dfrac{(a-b)^2}{ab}$.

III

Soit a un réel différent de 1.

1°) Développer : $A = (a^2 + a + 1)(a^3 - a^2 + 1)$ et $B = (a^2 - a + 1)(a^3 + a^2 - 1)$.

2°) Décomposer en un produit de deux entiers supérieurs à 1 chacun des nombres : 10 000 000 101 et 10 000 000 099.

Exercice 2

Soit a et b deux réels tels que : $a > b$; $a + b = 8$ et $a^2 + b^2 = 34$.

1°) a) Vérifier que : $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$.

b) En déduire ab.

2°) a) Calculer alors $(a-b)^2$.

b) En déduire $a - b$.

3°) Calculer a et b .

Exercice 3

On considère un demi cercle (C) de diamètre [AB].

Sur la demi tangente à (C) en A on place le point E tel que : AE = AB.

Soit M un point variable de (C) et N le point de [AM] tel que : AN = BM.

1°) Montrer que : $\widehat{ABM} = \widehat{MAE}$.

2°) Montrer que les triangles AMB et ANE sont isométriques.

3°) Sur quelle ligne fixe se déplace le point N lorsque M varie sur (C) ?

Indications des solutions

E₁

1°) $A = a^5 + a + 1$ et $B = a^5 + a - 1$.

2°) Pour a = 100, A = 10 000 000 101 = $(100^2 + 100 + 1)(100^3 - 100^2 + 1) = 10\,101 \times 990\,001$.

Pour a = 100, B = 10 000 000 099 = $(100^2 - 100 + 1)(100^3 + 100^2 - 1) = 9\,901 \times 1\,009\,999$.

E₂

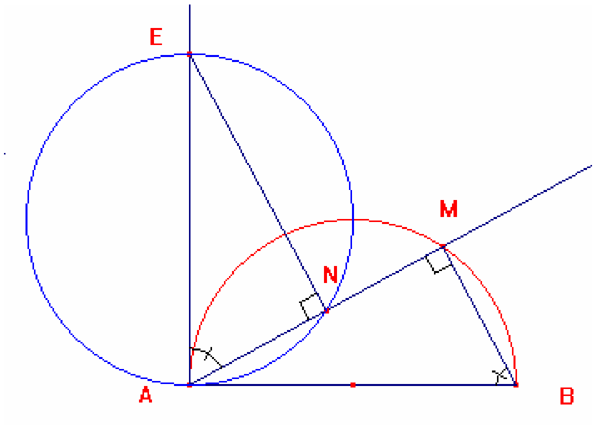
1°) b) $ab = 15$.

2°) a) $(a-b)^2 = 4$.

b) $a - b = 2$.

3°) $\begin{cases} a + b = 8 \ (1) \\ a - b = 2 \ (2) \end{cases}$; faire (1) + (2) et (1) – (2). $\begin{cases} a = 5 \\ b = 3 \end{cases}$.

E2



1°) Car ils interceptent le même arc du cercle dont un diamètre est [AB].
2°) Un des cas d'isométrie des triangles.
3°) Cercle de diamètre [AE].